

MODEL MATEMATIS DALAM ANALISA HIDROLOGI

Oleh: I Wayan Diasa

ABSTRAK

Fenomena hidrologi pada Daerah Aliran Sungai (DAS) memiliki ciri-ciri khusus sesuai dengan jenis dan tipe sungai tersebut. Dalam kasus-kasus tertentu ada yang belum mampu terjawab oleh teorema yang ada dalam hidrologi sehingga terjadi kendala dalam menjawab masalah yang timbul. Debit banjir yang timbul disebabkan berbagai faktor antara lain faktor tinggi hujan, luas DAS dan luas Vegetasi. Untuk itu perlu dilakukan analisa model untuk faktor tersebut.

Model adalah bentuk penyederhanaan suatu realita sehingga mudah dipahami dan diartikan. Ada beberapa tipe model yakni model fisik dan model matematis, model fisik meliputi miniatur, maket, prototipe dan model matematis meliputi formulasi yang diterjemahkan dalam bentuk persamaan matematis yang sederhana dan representatif. Salah satunya adalah model regresi linier berganda dalam bentuk fungsi; $Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_nX_n$. Variabel X adalah variabel bebas dan variabel Y adalah variabel tak bebas. Dalam mendekati model yang cocok dilakukan identifikasi variabel untuk menskater data dalam suatu diagram pencar sehingga model dapat didekati dengan persamaan yang mendekati realita.

Pada kasus ini debit banjir yang terjadi (Y) dianalisa sebagai fungsi dari tinggi curah hujan (X_1), Luas DAS (X_2) dan luas vegetasi (X_3). Dalam penelitian ini memakai data sekunder dari Balai wilayah Sungai Bali-Penida, data ini diolah mengikuti model regresi linier untuk mengetahui hubungan antar variabel dan mampu menghasilkan model yang diharapkan. Model yang didapat harus diuji yang meliputi uji korelasi, determinasi dan uji F, dari uji ini akan dapat dilihat apakah model sesuai atau tidak.

Dari hasil pembahasan didapat model regresi liniernya adalah $Y = 1.35 + 0.056X_1 + 0.023X_3$ dan dari uji model didapat nilai $R = 0.51$, $R^2 = 0.32$, $F_{tabel} > F_{hitung}$ yang berarti bahwa model kurang cocok dan kurang representatif untuk kondisi ini. Untuk itu perlu dilakukan penelitian lanjutan untuk mendapat model yang representatif dan menemukan penyebab kekurangan absahan suatu model.

Kata Kunci; Debit Banjir, Luas Das, Tinggi Hujan, Luas Vegetasi, Model Regresi

I. Pendahuluan

Fenomena hidrologi khususnya pada Daerah Aliran Sungai (DAS) memiliki ciri-ciri khusus untuk jenis dan tipe sungai tersebut. Banyak kasus yang belum mampu untuk dijawab oleh teorema-teorema yang ada sehingga terjadi bias dalam melakukan analisa. Beberapa kasus hidrologi yang terjadi DAS suatu sungai seperti penyebab terjadinya banjir dapat diprediksi dengan model matematis yang memberikan gambaran faktor-faktor yang mengakibatkan terjadi banjir. Sedangkan besarnya debit banjir dapat dianalisa dengan kaidah yang ada dari methoda Rational Formula, Deer Van Weduwen, Melchior dan lainnya. Hubungan antara tinggi curah hujan, luas DAS dan prosentase luas vegetasi dengan debit yang terjadi dapat dibuat suatu model untuk memprediksi besaran debit banjir yang terjadi pada suatu sungai. Kontribusi tinggi curah hujan, luas DAS dan prosentase luas vegetasi akan dapat dilihat pada model yang akan dibuat serta pada uji model yang didapatkan. Sungai dengan berbagai tipe dan jenisnya pada DAS akan memiliki kemampuan yang berbeda dalam mengalirkan debit banjir sampai pada wilayah

pembuangan yaitu ke laut. Dalam hidrologi sungai didapat beberapa type yaitu; sungai ferenial, intermiten dan efameral yang memiliki karakteristik debit sangat jauh berbeda. Dalam model ini jenis sungai yang dianalisa adalah Sungai Unda dengan 2(dua) DAS utama yaitu Unda dan Telagawaja yang merupakan sungai ferenial.

1.2.Rumusan Masalah

Untuk merumuskan masalah dari uraian diatas yang akan dicarikan solusinya adalah: Bagaimana Model Hubungan Debit banjir yang terjadi dengan luas DAS, tinggi curah hujan dan prosentase vegetasi pada Sungai Telagawaja sebagai Satuan wilayah Sungai Unda?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui model matematis dari debit banjir yang merupakan fungsi dari tinggi curah hujan, luas DAS dan prosentase vegetasi pada sungai Telagawaja sebagai satu kesatuan SWS Unda .

II.Landasan Teori

2.1. Jenis dan Type Aliran Sungai

Berdasarkan bentuk DASnya, sungai dapat dibedakan atas beberapa type yaitu; pola sejajar, pola kipas dan pola pohon bercabang. Sedangkan berdasarkan type alirannya sungai dapat dibedakan atas berapa type yaitu; sungai ferenial, sungai efameral dan sungai intermiten.

- a. Sungai Ferenial adalah jenis sungai yang memiliki aliran air sepanjang tahun tanpa mengalami kekeringan.
- b. Sungai efameral adalah jenis sungai yang memiliki aliran sepanjang musim hujan dan akan turun perlahan sejalan dengan datangnya musim kering sehingga aliran akan turun dibawah tanah.
- c. Sungai intermiten adalah jenis sungai yang memiliki aliran saat ada hujan saja apabila musim hujan berlalu maka sungai menjadi kering

2.2.Pemodelan

Model didefinisikan sebagai bentuk penyederhanaan suatu realita untuk menggambarkan fenomena yang cukup kompleks menjadi lebih sederhana dan mampu untuk dipahami. Secara umum model dibedakan menjadi 2(dua) bagian pokok yaitu;

- Model Fisik adalah bentuk model yang diwujudkan dalam bentuk fisik antara lain; miniatur dan prototype
- Model Matematis adalah bentuk model yang diwujudkan dalam persamaan matematik untuk mempermudah memahami permasalahan yang kompleks, bentuk dari model matematis adalah model regresi

2.3. Model Regresi

Model regresi adalah hubungan antara dua variabel atau lebih yang dapat dinyatakan dalam rumus matematis yang dapat dipakai untuk keperluan analisa tertentu yaitu;

- Untuk Peramalan (*prediction*)
- Perpanjangan (*extention*)
- Pengisian data yang hilang perioda tertentu

Langkah awal dalam memahami model regresi adalah mengetahui hubungan antar variabel bebas (*independ variable*) dengan variabel tak bebas (*depend variable*) dan dituangkan dalam bentuk diagram pencar untuk penyesuaian kurva sehingga dapat dilihat korelasi antar variabel tersebut. Ada beberapa model regresi yang umum dipakai untuk analisa hidrologi antara lain;

- Regresi Linier Sederhana (*simple linier*) $y = a + bx$
- Regresi Linier Berganda (*multyple linier*) $y = a + bx_1 + cx_2 + \dots + nx_m$
- Regresi Eksponensial (*exponential function*) $y = a b^x + c$
- Regresi Logaritma (*Logarithmic function*) $\log y = b + a \log x$

Untuk selanjutnya akan diuraikan model regresi berganda lebih rinci untuk dipakai dalam analisa selanjutnya.

2.4. Model Regresi Linier Berganda (*linier multyple regression*)

Bentuk umum persamaan model regresi berganda adalah;

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + nX_m$$

Dimana;

Y = variabel tak bebas

X = variabel bebas

a = intersep/konstanta regresi

b = koefisien arah regresi

Penyelesaian persamaan regresi dapat dilakukan dengan methoda analitis dan bantuan program spss. Untuk methoda analitis dihitung dengan persamaan simultan, dengan mereducing masing-masing variabel sehingga nilai a dan b dapat ditentukan

2.5. Uji Model Regresi

Model regresi yang didapat harus diuji keabsahan modelnya dan tingkat reabilitinya hubungan antar variabel serta tingkan signifikan model, uji model regresi meliputi;

- Uji korelasi R
- Uji Determinasi R^2
- Uji Signifikansi F

Uji dilakukan dengan tingkat kesalahan 5% akan dilihat model yang akan dihasilkan dalam analisa untuk kasus tertentu setelah dilakukan uji

III. Metodologi Penelitian

Dalam penelitian ini dilakukan pengambilan data sekunder dari Balai Wilayah Sungai Bali-Penida (BWS B-P) dengan mencari data debit, luas DAS, tinggi curah hujan dan prosentase luas vegetasi. Data tersebut dianalisa dengan model statistik dan diuji keabsahan model. Untuk itu dilakukan pemilahan data sesuai keperluan model, data debit banjir sebagai variabel tak bebas (Y) dan variabel yang lain sebagai variabel bebas yakni; luas DAS (X_1), tinggi curah hujan (X_2) dan prosentase luas vegetasi (X_3). Yang menjadi obyek tempat penelitian adalah Sistem Wilayah Sungai Unda dengan anak sungainya Telagawaja. Setelah model didapat, dilakukan pengujian model (*Goodness of Fitt Model*) yakni hubungan antar variabel, determinasi dan kesesuaian model sehingga didapat model yang representatif.

IV. Analisa Data dan Pembahasan

4.1 Data Sekunder

Data yang didapat dari BWS B-P adalah data sekunder berupa;

- a. Data debit, Tinggi Curah Hujan, Luas DAS dan Prosentase Luas Vegetasi pada DAS Telagawaja adalah seperti pada tabel 4.1 dibawah

Tabel 4.1 Tinggi Curah Hujan Bulan, debit banjir dan Luas DAS

No	Tahun	Tinggi Hujan (mm)	Luas Das (km ²)	Luas Vegetasi (km ²)	Besaran Debit (m ³ /dt)
1	2003	125	150	125	9
2	2004	103	150	125	8,5
3	2005	156	150	115	12
4	2006	95	150	115	8
5	2007	105	150	110	9,5
6	2008	89	150	100	8,1
7	2009	110	150	100	9,15
8	2010	127	150	95	14
9	2011	93	150	93	9,45
10	2012	99	150	90	10,11
11	2013	115	150	87	11,02
12	2014	101	150	87	10,3

Sumber BWS B-P Bali

Dari tabel diatas dilakukan kompilasi data dengan mengidentifikasi variabel-variabel untuk selanjutnya dianalisa dengan model regresi. Dilihat dari sebaran data diatas dengan nilai masing-masing variabel dapat diasumsikan bahwa model yang mendekati adalah model regresi linier.

4.2 Identifikasi Variabel

Data yang tersaji pada tabel 4.1 diatas mengandung variabel-variabel yaitu; Debit Banjir, tinggi curah hujan, luas DAS dan Luas Vegetasi. Variabel tersebut kita kelompokkan menjadi 2(dua) bagian utama yaitu;

- Variabel bebas yaitu; tinggi curah hujan, luas DAS, luas vegetasi.
- Variabel tak bebas yaitu; besarnya debit banjir

Untuk itu masing-masing variabel diberi notasi sebagai berikut; variabel bebas diberi notasi X dan variabel tak bebas diberi notasi Y. Variabel X bersifat multiple karena terdiri dari variabel X₁, X₂ dan X₃

4.3 Analisa Data dan Pendekatan Model

Setelah data teridentifikasi untuk masing-masing variabel selanjutnya dilakukan analisa data dengan mengelompokan tiap variabel ke dalam variabel bebas dan variabel tak bebas. Untuk lebih jelasnya lihat tabel 4.2 dibawah.

Tabel 4.2 Identifikasi Variabel

No	Tinggi Hujan (X1)	Luas Das (X2)	Luas Vegetasi (X3)	Besaran Debit(Y)
1	125	150	125	9
2	103	150	125	8,5
3	156	150	115	12
4	95	150	115	8
5	105	150	110	9,5
6	89	150	100	8,1
7	110	150	100	9,15
8	127	150	95	14
9	93	150	93	9,45
10	99	150	90	10,11
11	115	150	87	11,02
12	101	150	87	10,3

Sumber hasil analisis

Dari variabel diatas dapat dilihat bahwa variabel Y merupakan fungsi dari variabel X dan dapat ditulis ; $Y = f(X)$. Apabila fungsi tersebut merupakan kompleksitas dari model maka dapat ditulis model regresi sebagai berikut;

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3$$

Persamaan diatas merupakan formulasi dari regresi berganda orde 3 (tiga) dengan 1 (satu) konstanta dan 3 (tiga) koefisien belum diketahui yaitu; a, b_1, b_2 dan b_3

4.4 Menentukan Nilai Konstanta dan Koefisien Arah Regresi

Pada model regresi diatas untuk mencari nilai konstanta a dan koefisien arah regresi b dapat dilakukan dengan persamaan simultan dan dibantu dengan tabel-tabel penolong untuk mempermudah perhiyungan. Adapun bentuk persamaan simultan tersebut adalah;

1. $\sum X_1Y = b_1 \sum X_1^2 + b_2 \sum X_1X_2 + b_3 \sum X_1X_3$
2. $\sum X_2Y = b_1 \sum X_1X_2 + b_2 \sum X_2^2 + b_3 \sum X_1X_3$
3. $\sum X_3Y = b_1 \sum X_1X_3 + b_2 \sum X_2X_3 + b_3 \sum X_3^2$
4. $a = \bar{Y} - b_1\bar{X}_1 - b_2\bar{X}_2 - b_3\bar{X}_3$

Untuk penyelesaian persamaan simultan diatas harus dibuatkan tabel penolong sehingga komponen pada masing-masing persamaan sudah tercantum dalam tabel, adapun tabel penolong untuk analisa ada pada tabel 4.3 dibawah.

Tabel 4.3 Tabel Penolong Untuk Persamaan Simultan

No	X1	X2	X3	Y	X ₁ ²	X ₂ ²	X ₃ ²	Y ²	X ₁ Y	X ₂ Y	X ₃ Y	X ₁ X ₂	X ₁ X ₃	X ₂ X ₃
1	125	150	125	9	15625	22500	15625	81	1125	1350	1125	18750	15625	18750
2	103	150	125	8,5	10609	22500	15625	72,25	875,5	1275	1062,5	15450	12875	18750
3	156	150	115	12	24336	22500	13225	144	1872	1800	1380	23400	17940	17250
4	95	150	115	8	9025	22500	13225	64	760	1200	920	14250	10925	17250
5	105	150	110	9,5	11025	22500	12100	90,25	997,5	1425	1045	15750	11550	16500
6	89	150	100	8,1	7921	22500	10000	65,61	720,9	1215	810	13350	8900	15000
7	110	150	100	9,15	12100	22500	10000	83,7225	1006,5	1372,5	915	16500	11000	15000
8	127	150	95	14	16129	22500	9025	196	1778	2100	1330	19050	12065	14250
9	93	150	93	9,45	8649	22500	8649	89,3025	878,85	1417,5	878,85	13950	8649	13950
10	99	150	90	10,1	9801	22500	8100	102,2121	1000,89	1516,5	909,9	14850	8910	13500
11	115	150	87	11	13225	22500	7569	121,4404	1267,3	1653	958,74	17250	10005	13050
12	101	150	87	10,3	10201	22500	7569	106,09	1040,3	1545	896,1	15150	8787	13050
	1318	1800	1242	119	148646	270000	130712	1215,878	13322,74	17869,5	12231,09	197700	137231	186300

Sumber; hasil analisis

Setelah didapat nilai masing-masing pada tabel diatas maka dilakukan analisis untuk persamaan nomor 1 sampai nomor 4 dengan terlebih dulu mencari nilai rata- rata variabel tersebut. Adapun hasil akhir tabel diatas adalah;

$$\bar{X}_1 = 110 \quad \bar{X}_2 = 150 \quad \bar{X}_3 = 104 \quad \bar{Y} = 9.9$$

Selanjutnya dilakukan perhitungan nilai representatif dari tabel penolong untuk penyelesaian persamaan 1-4 dengan methoda *score deviation* didapat nilai masing-masing variabel adalah;

- $\sum X_1^2 = 148646 - \frac{1318^2}{12} = 3886$
- $\sum X_2^2 = 270000 - \frac{1800^2}{12} = 0$

- $\sum X_3^2 = 130712 - \frac{1242^2}{12} = 2165$
- $\sum Y^2 = 1215,878 - \frac{119^2}{12} = 35,8$
- $\sum X_1Y = 13322.74 - \frac{(1318)(119)}{12} = 252.57$
- $\sum X_2Y = 17869.5 - \frac{(1800)(119)}{12} = 19.5$
- $\sum X_3Y = 12231.09 - \frac{(1242)(119)}{12} = 85.41$
- $\sum X_1X_2 = 197700 - \frac{(1318)(1800)}{12} = 0$
- $\sum X_1X_3 = 137231 - \frac{(1318)(1242)}{12} = 818$
- $\sum X_2X_3 = 186300 - \frac{(1800)(1242)}{12} = 0$

Dari skor deviasi diatas terdapat nilai 0 yang berarti bahwa data sebagai variabel tidak mengalami bias dengan kata lain nilai variabel tersebut konstan.

Selanjutnya menentukan nilai dari konstanta dan koefisien regresi dengan persamaan simultan diatas dari persamaan nomor 1 sampai persamaan no 4 sebagai berikut;

1. $\sum X_1Y = b_1 \sum X_1^2 + b_2 \sum X_1X_2 + b_3 \sum X_1X_3$
2. $\sum X_2Y = b_1 \sum X_1X_2 + b_2 \sum X_2^2 + b_3 \sum X_1X_3$
3. $\sum X_3Y = b_1 \sum X_1X_3 + b_2 \sum X_2X_3 + b_3 \sum X_3^2$
4. $a = \bar{Y} - b_1\bar{X}_1 - b_2\bar{X}_2 - b_3\bar{X}_3$

Bentuk persamaan simultan yang didapat adalah;

$$252.57 = b_1 3886 + b_2 0 + b_3 818 \quad 1)$$

$$19.5 = b_1 0 + b_2 0 + b_3 818 \quad 2)$$

$$85.41 = b_1 818 + b_2 0 + b_3 2165 \quad 3)$$

$$a = 9.9 - b_1 110 - b_2 150 - b_3 104 \quad 4)$$

Penyelesaian persamaan simultan diatas dengan metode eliminasi dan substitusi sehingga didapat nilai masing- masing koefisien regresi adalah ;

$$b_1 = 0.056 \quad b_2 = 0 \quad b_3 = 0.023 \quad a = 1.35$$

Maka Persamaan Model Regresi yang didapatkan adalah;

$$Y = 1.35 + 0.056X_1 + 0X_2 + 0.023X_3$$

Dari model diatas dapat dilihat bahwa nilai koefisien X_2 adalah 0 dapat dijelaskan bahwa luasan DAS yang konstan tidak memberi pengaruh terhadap Model tersebut, sehingga didapat persamaan model yang baru yaitu;

$$Y = 1.35 + 0.056X_1 + 0.023X_3$$

4.5.Uji Model Regresi

Persamaan Model Regresi yang didapat harus diuji untuk mendapatkan model yang reliabel dan cukup representatif

- Uji Korelasi R $R = \frac{b_1 \sum X_1 Y + b_2 \sum X_2 Y + b_3 \sum X_3 Y}{\sum Y^2}$

Nilai korelasi sebagai acuan untuk uji model adalah;

$R = 1$: Hubungan positif kuat

$0.6 < R < 1$; Hubungan positif baik

$0 < R < 0.6$; Hubungan positif lemah

Dari data diatas didapat nilai korelasi $R = 0.56$ ini berarti terjadi hubungan yang linier positif dan cukup lemah. Nilai $R^2 = 0.32$ yang berarti hanya 32 persen debit banjir disebabkan oleh tinggi curah hujan dan luas vegetasi sedangkan yang 68 persen belum dapat dijelaskan oleh faktor yang lain

- Uji F

$$\text{Rumus } F = \frac{R^2(N-m-1)}{m(1-R^2)} = \frac{0.56(12-3-1)}{3(1-0.56)} = 3.8$$

F tabel dicari dengan tingkat kepercayaan 95% didapat nilai $F = 5.6$ maka $F \text{ tabel} > F \text{ hitung}$

Ini berarti model regresi yang didekati tidak cukup signifikan dalam kasus ini

Resume; Dilihat dari time series data, perekaman data kurang panjang dan dilihat dari luas DAS seharusnya ditinjau tiap segmen stasiun curah hujan sehingga terjadi cakupan luas DAS yang berbeda. Mungkin saja kasus seperti ini didekati dengan model lain atau membandingkan dengan analisa microsoft excel program SPSS

V.Penutup

5.1 Simpulan

Dari hasil pembahasan diatas dapat disimpulkan bahwa; model regresi linier yang didapat adalah $Y = 1.35 + 0.056X_1 + 0X_2 + 0.023X_3$ dengan hasil uji menunjukkan nilai $R = 0.56$, $R^2 = 0.32$ dan $F_{tabel} > F_{hitung}$ yang menyatakan bahwa model memiliki hubungan cukup lemah dan tidak cukup signifikan dalam kasus tersebut.

5.2 Saran

Disarankan untuk mengkaji dengan model regresi yang lain dan dibandingkan dengan program SPSS, untuk mendapat model yang reliabel diperlukan data time series yang panjang dan valid dalam rekaman datanya.

Daftar Pustaka

Sugiyono.2009, *Statistik Untuk Penelitian*, Alfabeta, Bandung

Sumarto,CD. 2005, *Hidrologi Teknik* Brawijaya Press, Malang

Sujana.1996,*Metoda Statistik*, Transito, Bandung

Suwarno.1995. *Aplikasi Statistik untuk Hidrologi*,Nova, Bandung